

# Viscosidad

**Trabajo práctico de laboratorio de Física II - 2016**

*Licenciatura en Ciencias Físicas, Facultad de Ciencias  
Exactas, UNICEN*

**Integrantes:**

Barcelona Hipperdinger, Catalina ([catabarcelona.26@gmail.com](mailto:catabarcelona.26@gmail.com))

Labaroní, María Sol ([sol.labaroni.sl@gmail.com](mailto:sol.labaroni.sl@gmail.com))

## Introducción

Cuando un cuerpo esférico se mueve dentro de un fluido viscoso en reposo, sobre aquel actúa una fuerza disipativa debida a la viscosidad que, según el teorema de Stokes, vale:

$$F_s = 6\pi\eta r v \quad (1)$$

siendo  $\eta$  el coeficiente de viscosidad,  $r$  el radio de la esfera y  $v$  su velocidad.

Para determinar la viscosidad de un fluido mediante la aplicación del teorema de Stokes, se arrojaron esferas macizas en un recipiente que contiene un líquido, cuya viscosidad deseamos averiguar. Para esto tenemos la condición de que la densidad del material de las esferas sea mayor que la densidad del líquido. En nuestro caso, las esferas que utilizaremos son de acero ( $\rho_{\text{acero}} = 7.6 - 8 \text{ g/cm}^3$ ) y el líquido, glicerina ( $\rho_{\text{glicerina}} = 1.24 \text{ g/cm}^3$ ). Cuando cada esfera comience a deslizarse con velocidad constante, la fuerza de Stokes  $F_s$  y el empuje  $E$  recibido por la esfera, compensarán su peso  $P$ :

$$F_s + E = P \quad (2)$$

De la ecuación (2), teniendo en cuenta la ecuación (1) y los valores de  $E$  y  $P$ , sabiendo que:

$$E = \rho_{\text{líquido}} \cdot g \cdot V_{\text{esfera}} \quad (3)$$

donde  $g$  es la aceleración de la gravedad y  $V$  el volumen de la esfera de acero, y a su vez

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 \quad (4)$$

Con estos datos, podremos obtener el coeficiente de viscosidad del fluido mediante:

$$\eta = \frac{2}{9} \cdot \frac{(r^2) \cdot g \cdot t (\rho_{\text{esfera}} - \rho_{\text{líquido}})}{x} \quad (5)$$

donde  $\rho_{\text{esfera}}$  y  $\rho_{\text{líquido}}$  son las densidades de la esfera y del líquido empleado,  $t$  es el tiempo en que la esfera demora en recorrer la distancia  $x$  con velocidad constante.

La densidad se define como la masa de un cuerpo por unidad de volumen. En este caso, al ser un cuerpo homogéneo tiene la misma densidad en todos sus puntos.

$$\rho = m/V \quad (6)$$

donde  $m$  es la masa de la esfera, y  $V$  su volumen.

Conociendo la ecuación (4) podemos afirmar que la ecuación (6) es equivalente a decir  $\rho = m/(4/3 \pi \cdot r^3)$

## Método de medición

Primero seleccionamos 30 esferas de acero de tres tamaños diferentes, 10 de cada tamaño. Para limpiarlas las dejamos reposar unos minutos en alcohol etílico, y luego las limpiamos con servilletas hasta que quedaran lo más limpias posibles.

Una vez limpias, medimos el diámetro de cada una de las esferas con un calibre digital y su masa con una balanza digital altamente calibrada.

Medimos el diámetro del lugar por donde saldrían las esferas luego de ser arrojadas. Lo medimos cuatro veces y todas nos dieron diferentes resultados:

- 1) 10,02 mm
- 2) 9,48 mm
- 3) 9,88 mm
- 4) 11,28 mm

Al ver que la mayoría de estos valores eran cercanos al valor del diámetro de las esferas grandes, decidimos no utilizarlas, para no correr el riesgo de que se queden atoradas en el tubo, quedándonos solamente con las pequeñas y las medianas.

Antes de realizar la experiencia, arrojamos una esfera de cada tamaño por el tubo, así observamos cuando alcanzaban una velocidad constante para poder verificar que la ley de Stokes se cumple en este caso. Cuando encontramos donde su velocidad comenzaba a ser constante, determinamos un punto inicial y un punto final, los cuales nos daban una distancia de  $40 \text{ cm} \pm 0.01$ .

Arrojamos las esferas una por una en el tubo que contenía la glicerina y con un cronómetro medimos el tiempo que tardaba en recorrer la distancia determinada anteriormente.

De ambos tipos de esferas calculamos los tiempos de caída promedio con su respectiva desviación estándar. Los resultados obtenidos fueron:

Esferas pequeñas:

- promedio: 3,52 s.
- desviación estándar: 0.09 s.

Esferas medianas:

- promedio: 1,59 s.
- desviación estándar: 0,05 s.

Luego de haber medido el tiempo de caída, con un termómetro medimos la temperatura del laboratorio, la cual nos dio  $21,5^\circ\text{C}$ .

## Análisis de datos

Los resultados obtenidos de medir el diámetro y la masa de las diferentes esferas de acero fueron:

	Esferas pequeñas (10 unidades)	Esferas medianas (10 unidades)	Esferas grandes (10 unidades)
Diámetro (promedio)	$4,74 \pm 0,03$ mm	$7,91 \pm 0,03$ mm	$9,50 \pm 0,03$ mm
Masa (promedio)	$0,44 \pm 0,01$ g	$2,03 \pm 0,01$ g	$3,51 \pm 0,01$ g

Los resultados de los tiempos de caída de las esferas de acero fueron:

	Tiempo esferas pequeñas	Tiempo esferas medianas
1	$3,56$ s $\pm 0.01$ s	$1,61$ s $\pm 0.01$ s
2	$3,60$ s $\pm 0.01$ s	$1,48$ s $\pm 0.01$ s
3	$3,52$ s $\pm 0.01$ s	$1,56$ s $\pm 0.01$ s
4	$3,52$ s $\pm 0.01$ s	$1,70$ s $\pm 0.01$ s
5	$3,58$ s $\pm 0.01$ s	$1,63$ s $\pm 0.01$ s
6	$3,54$ s $\pm 0.01$ s	$1,60$ s $\pm 0.01$ s
7	$3,30$ s $\pm 0.01$ s	$1,62$ s $\pm 0.01$ s
8	$3,46$ s $\pm 0.01$ s	$1,58$ s $\pm 0.01$ s
9	$3,60$ s $\pm 0.01$ s	$1,56$ s $\pm 0.01$ s

Con los datos obtenidos y con el análisis de la fórmula (6), calculamos las densidades.

$\rho = (7,33 \pm 0.15)$  g/cm<sup>3</sup> (esferas de diámetro  $4,74 \pm 0,03$ mm)

$\rho = (8,12 \pm 0.04)$  g/cm<sup>3</sup> (esferas de diámetro  $7,91 \pm 0,03$ mm)

La densidad del acero tabulada es de  $7,8 \text{ g/cm}^3$ , asumimos que hubo una diferencia de valores debido a las diferentes masas y tamaños de las bolitas.

Teniendo todos los datos necesarios, pasamos a calcular el coeficiente de viscosidad de la glicerina por medio de la ecuación (5).

Los resultados obtenidos fueron los siguientes (el cálculo del coeficiente de viscosidad de la glicerina y su respectivo error se encuentra en el anexo):

- Para el caso de las esferas pequeñas:  $\eta = (7.62 \pm 0.38) \text{ P}$ .
- Para el caso de las esferas medianas:  $\eta = (8.9 \pm 0.3) \text{ P}$ .

## Conclusión

En esta experiencia, se buscó determinar el coeficiente de viscosidad de la glicerina mediante la aplicación del teorema de Stokes. En un principio, el valor que esperábamos obtener era 8.3 P, pero por cuestiones de imprecisión de las mediciones y cuestiones de temperatura hubo una pequeña variación en los resultados; pero al ser una variación con un error relativo menor del 10%, podemos concluir con que el resultado de la experiencia está muy próximo al valor tabulado.

Las variaciones debidas a la impresión de las mediciones fueron generadas ya sea por la medición del diámetro de la esfera, en donde se pudo haber presionado demasiado la esfera de acero, o también al momento de medir el tiempo de caída, el cual está relacionado al tiempo de reacción de la persona encargada de manejar el cronómetro.

Con respecto a la variación debido a la temperatura mencionado anteriormente, podemos justificar que el resultado obtenido haya tenido fluctuaciones debido a que el valor tabulado se obtuvo a una temperatura de 20°C y en el caso de nuestro experimento trabajamos en una condición donde la temperatura era de 21.5°C.

Además es importante destacar que al obtener resultados muy cercanos al valor tabulado, se está demostrando que la experiencia realizada es un método válido para calcular el coeficiente de viscosidad de la glicerina.

## Referencias:

-Sears, F. W., "Fundamentos de física I: Mecánica, calor y sonido", Darmouth College, Hanover (New Hampshire).

## Anexo

### Cálculos de las esferas pequeñas:

Diámetro: (4,74±0,03)mm

Radio: (0,237± 0,003)cm

Masa: (0,44±0,01)g

Densidad:

$$\rho = \frac{m}{v} = \frac{m}{(4/3) \cdot \pi \cdot (r^3)} = \frac{0,44g}{(4/3) \cdot \pi \cdot ((0,237cm)^3)} = 7,89 \frac{g}{cm^3}$$

Coefficiente de viscosidad:

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{2}{9} \cdot \frac{(r^2) \cdot g \cdot t (\text{pesfera-plíquido})}{x} = \frac{2}{9} \cdot \frac{((0,237cm)^2) \cdot 980 \frac{cm}{s^2} \cdot 3,52s (7,89 \frac{g}{cm^3} - 1,26 \frac{g}{cm^3})}{40cm} \\ &= \frac{2}{9} \cdot \frac{0,06 \cdot 980 \cdot 3,56 \cdot 6,63g}{40 cm \cdot s} \\ &= \frac{2}{9} \cdot \frac{1372,2g}{40cm \cdot s} \\ &= 7,62 g \cdot (cm \cdot s)^{-1} \end{aligned}$$

$$\eta = 7,62 P$$

### Cálculos de las esferas medianas:

Diámetro: (7,91± 0,03)mm

Radio: (0,39± 0,003)cm

Masa: (2,03± 0,01)g

Densidad:

$$\rho = \frac{m}{v} = \frac{m}{(4/3) \cdot \pi \cdot (r^3)} = \frac{2,03g}{(4/3) \cdot \pi \cdot ((0,39cm)^3)} = 8,12 \frac{g}{cm^3}$$



$$\eta = \frac{2}{9} \cdot \frac{(r^2) \cdot g \cdot t \text{ (pesfera-plíquido)}}{x} = \frac{2}{9} \cdot \frac{((0,39\text{cm})^2) \cdot 980 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2} \cdot 1,59\text{s} \left( 8,12 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} - 1,26 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right)}{40\text{cm}}$$

$$= \frac{2}{9} \cdot \frac{0,15 \cdot 980 \cdot 1,59 \cdot 6,9\text{g}}{40\text{cm} \cdot \text{s}}$$

$$= \frac{2}{9} \cdot \frac{1612,7\text{g}}{40\text{cm} \cdot \text{s}}$$

$$= 8,9 \text{ g} \cdot (\text{cm} \cdot \text{s})^{-1}$$

$$\eta = 8,9 P$$

## Propagación de errores

### Esferas chicas

$$\rho = \frac{m}{v} = \frac{m}{(4/3) \cdot \pi \cdot (r^3)} \Rightarrow \frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{3\Delta r^3}{r}$$

$$= \frac{0,01\text{g}}{0,44\text{g}} + \frac{3(0,00003)\text{cm}}{0,237\text{cm}}$$

$$= 0,02 + 0,00038$$

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = 0,02$$

$$\Delta\rho = 0,02 \cdot \rho$$

$$= 0,02 \cdot 7,33$$

$$\Delta\rho = 0,15 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$\eta = \frac{2}{9} \cdot \frac{(r^2) \cdot g \cdot t \text{ (pesfera-plíquido)}}{x} \Rightarrow \frac{\Delta\eta}{\eta} = \frac{2\Delta r}{r} + \frac{\Delta t}{t} + \frac{\Delta g}{g} + \frac{\Delta(\text{pesfera} + \text{plíquido})}{(\text{pesfera} - \text{plíquido})} + \frac{\Delta x}{x}$$

$$= \frac{2 \cdot (0,00003\text{cm})}{0,237\text{cm}} + \frac{0,01\text{s}}{3,52\text{s}} + \frac{0,1\text{m/s}^2}{9,8\text{m/s}^2} + \frac{(0,15+0,01) \text{g/cm}^3}{(7,33-1,26) \text{g/cm}^3} + \frac{0,1\text{cm}}{40\text{cm}}$$

$$= 0,00025 + 0,0028 + 0,01 + 0,03 + 0,0025$$

$$\frac{\Delta\eta}{\eta} = 0,05 \Rightarrow 5\%$$

$$\Delta\eta = \eta \times 5\% = 7,62 P \times 5\% = 0,38 P$$

### Esferas medianas

$$\rho = \frac{m}{v} = \frac{m}{(4/3) \cdot \pi \cdot (r^3)} \Rightarrow \frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{3\Delta r^3}{r}$$

$$= \frac{0,01\text{g}}{2,03\text{g}} + \frac{3(0,00003)\text{cm}}{0,396\text{cm}}$$

$$= 0,0049 + 0,00023$$

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = 0,0051$$

$$\Delta\rho = 0,0051 \cdot \rho$$

$$= 0,0051 \cdot 8,12 \text{ g/cm}^3$$

$$= 0,04 \text{ g/cm}^3$$

$$\eta = \frac{2}{9} \cdot \frac{(r^2) \cdot g \cdot t \cdot (\rho_{\text{esfera}} - \rho_{\text{liquido}})}{x} \Rightarrow \frac{\Delta\eta}{\eta} = \frac{2\Delta r}{r} + \frac{\Delta t}{t} + \frac{\Delta g}{g} + \frac{\Delta(\rho_{\text{esfera}} + \rho_{\text{liquido}})}{(\rho_{\text{esfera}} - \rho_{\text{liquido}})} + \frac{\Delta x}{x}$$

$$= \frac{2 \cdot (0,00003) \text{ cm}}{0,396 \text{ cm}} + \frac{0,01 \text{ s}}{1,59 \text{ s}} + \frac{0,1 \text{ m/s}^2}{9,8 \text{ m/s}^2} + \frac{(0,04 + 0,01) \text{ g/cm}^3}{(8,12 - 1,26) \text{ g/cm}^3} + \frac{0,1 \text{ cm}}{40 \text{ cm}}$$

$$= 0,00015 + 0,0063 + 0,01 + 0,0073 + 0,0025$$

$$\frac{\Delta\eta}{\eta} = 0,03 \Rightarrow 3\%$$

$$\Delta\eta = \eta \times 3\% = 8,9 \times 3\% = 0,3 \text{ P}$$